

## 数 学

### 【解答例】

1

最大値 44, 最小値  $\frac{60}{13}$

2

(1)  $\frac{1}{9}$  (2)  $\frac{1}{3}$  (3)  $\frac{1}{3}$  (4)  $\frac{1}{3}$

3

(ア)

(1)  $\sin A - \sin B = 2 \cos \alpha \sin \beta, \cos A - \cos B = -2 \sin \alpha \sin \beta$

(2)  $x = 0, \frac{3}{8}\pi, \frac{7}{8}\pi, \pi$

(イ)

[1]  $n = 1$  のときは,  $7^1 - 1 = 6$  となり, 6 の倍数である。

[2]  $n = k$  のとき  $7^k - 1$  が 6 の倍数と仮定する。

つまり, ある整数  $m$  を用い  $7^k - 1 = 6m$  と書けるものとする。

$n = k + 1$  のとき,

$$7^{k+1} - 1 = 7 \times (7^k - 1) + 6 = 7 \times 6m + 6 = 6 \times (7m + 1)$$

となり  $7^{k+1} - 1$  は 6 の倍数であり,  $n = k + 1$  のときにも成り立つ。

[1], [2] より, すべての自然数  $n$  について  $7^n - 1$  は 6 の倍数である。