

数 学

解答用紙に計算の過程も記入せよ。

1 1 から 6 までの番号が書かれた 6 つの部屋がある。5 人が 1 回ずつさいころを投げ、それぞれ出た目の番号が書かれた部屋に入るとする。次の問いに答えよ。

- (1) 全員が異なる部屋に入る確率を求めよ。
- (2) 2 人の部屋と 3 人の部屋に分かれる確率を求めよ。
- (3) 1 人だけの部屋が存在する確率を求めよ。

2 図 1 に示す $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$ である $\triangle ABC$ において、 $\angle B$ の外角の二等分線と $\angle C$ の外角の二等分線の交点を P とする。点 P から線分 BC , 直線 CA , 直線 AB に下した垂線の足を D , E , F とする。次の問いに答えよ。

- (1) $PD=PE=PF$ が成り立つことを示せ。
- (2) 点 P が $\angle A$ の二等分線上にあることを示せ。
- (3) $PD=r$ とするとき、 $\triangle ABC$ の面積 S が $S = \frac{1}{2}r(-a+b+c)$ となることを示せ。

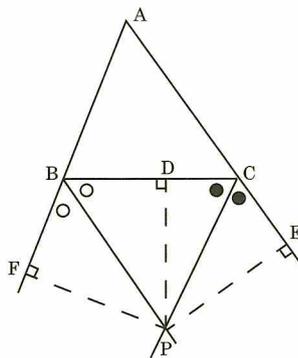


図 1

3 次の (ア) または (イ) のいずれかを選択して解答せよ。

(注意：両方解答した場合は **3** の採点をしない。)

(ア) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n が $a_n = \log_3 \frac{n}{n+3}$, 初項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k \text{ であるとき, 次の問いに答えよ。}$$

(1) S_1, S_2 を求めよ。

(2) $n \geq 3$ のとき, S_n を n の式で表せ。

(イ) 次の問いに答えよ。

(1) 次の関数を微分せよ。

$$y = -x(x+1)(x-2)$$

(2) 次の定積分を求めよ。

$$\int_2^3 (x-1)(x-2) dx$$

(3) 放物線 $y = x^2 + 2$ と x 軸および 2 直線 $x = 1, x = 2$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

福井工業大学 令和 7 年度 スカラシップ選抜

数 学

【解答例】

1

(1) $\frac{5}{54}$ (2) $\frac{25}{648}$ (3) $\frac{415}{432}$

2

(1) 略解を示す。

$\triangle BFP$ と $\triangle BDP$ は合同であるから $PF=PD$ である。また、 $\triangle CDP$ と $\triangle CED$ は合同であるから $PD=PE$ である。よって、 $PD=PE=PF$ が成り立つ。

(2) 略解を示す。

$\triangle AFP$ と $\triangle AEP$ は合同である。よって、 $\angle PAB=\angle PAC$ であるから、点 P が $\angle A$ の二等分線上にある。

(3) $S = \triangle ABC = -\triangle PBC + \triangle PCA + \triangle PBA = -\frac{1}{2}ra + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr = \frac{1}{2}r(-a + b + c)$

3

(ア) (1) $S_1 = -\log_3 4$, $S_2 = -\log_3 10$ (2) $S_n = \log_3 \frac{6}{(n+1)(n+2)(n+3)}$

(イ) (1) $y' = -3x^2 + 2x + 2$ (2) $\int_2^3 (x-1)(x-2)dx = \frac{5}{6}$

(3) 求める面積を S とする。 $S = \frac{13}{3}$

福井工業大学 令和 7 年度 スカラシップ選抜

数 学

【出題意図】

1

場合の数と確率に関する理解度を問う問題である。

2

図形に関する基礎的な理解度を問う問題である。

3

(ア) 数列に関する理解度を問う問題である。

(イ) 微分と積分に関する理解度を問う問題である。